

Dimensionnement d'un filtre anti-repliement

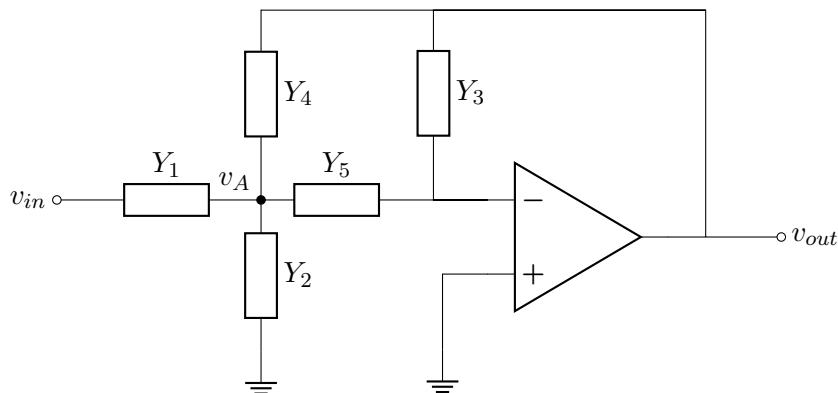
Lorsque l'on convertit un signal analogique (ici une tension) en un signal numérique (en bits), on a besoin de réaliser une opération préalable de filtrage. Cette opération est concrètement réalisée par un *filtre anti-repliement*, qui est un filtre de type passe-bas. Si la numérisation est réalisée à la fréquence f_1 alors on souhaite que le signal en sortie du filtre n'ait plus d'information au dessus d'une fréquence f_2 telle que :

$$f_1 = 2f_2$$

Dans la bande passante du filtre anti-repliement, l'amplitude du signal de sortie doit être la même que l'amplitude en entrée.

On s'intéresse dans cet exercice à la numérisation du signal issu d'un capteur de vitesse placé sur un moteur. La numérisation se fait à $f_1 = 80$ kHz. Le signal numérisé doit comporter l'information contenue jusqu'à 2 kHz (information atténuée de moins de 6 dB). On considérera que le signal est coupé s'il est atténué d'au moins 40 dB.

1. On s'intéresse dans un premier temps au cahier des charges.
 - (a) Que doit valoir le gain (en dB) en basses fréquences du filtre à dimensionner ?
 - (b) Que vaut f_2 ?
 - (c) Quelle doit être la valeur de gain maximale à cette fréquence ?
 - (d) Sur le diagramme de Bode en annexe, placer les points/asymptotes correspondant aux questions précédentes.
 - (e) Un filtre du premier ordre sera-t'il suffisant ?
2. On réalisera le filtre désiré avec le circuit suivant, dit *structure de Rauch*, permettant de réaliser plusieurs types de filtres :



- (a) Que vaut le potentiel à v_- ? **Justifiez votre réponse.**
- (b) Exprimer v_A en fonction de v_{in} et v_{out} .
- (c) Exprimer v_- en fonction de v_A et v_{out} .
- (d) En déduire la fonction de transfert $H = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ en fonction de Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 et Y_5 .

3. Afin de réaliser le filtre souhaité, on utilise $Y_1 = Y_4 = Y_5 = \frac{1}{R}$ et $Y_2 = jC_1\omega$ et $Y_3 = jC_2\omega$.

(a) Mettre la fonction de transfert sous la forme :

$$H(j\omega) = -\frac{K}{1 + 2m\frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- (b) Vérifier (*sans trop de calculs inutiles*), qu'il s'agit bien d'un filtre pouvant satisfaire le cahier des charges.
 (c) Afin de simplifier la suite des calculs, nous allons nous placer dans un cas particulier où $m = 1$. En déduire une relation simple liant C_1 et C_2 .
 (d) Nous allons voir maintenant pourquoi le cas $m = 1$ est mathématiquement plus simple. Factoriser le dénominateur pour exprimer H en fonction de fonctions de transfert que nous avons déjà étudiées.
 (e) On pose $C_1 = 30 \text{ nF}$, et $f_0 = 4 \text{ kHz}$. En déduire les valeurs de R et C_2 .
 (f) **Sans quasiment aucun calcul**, tracer le diagramme de Bode du circuit réalisé.
 (g) Le montage réalisé remplit-il le cahier des charges ?

Diagramme de Bode

