Formulaire du cours de propagation

1 Constantes et grandeurs physiques

- permittivité du vide : $\varepsilon_0 \approx \dfrac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ (F.m^{-1})
- perméabilité du vide : $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ (H.m^{-1})
- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide : $c_0 \approx 3 \cdot 10^{8}$ (m.s^{-1})
- impédance du vide : $Z_0 \approx 120\pi = 377\ \Omega$
- longueur : d, D, ℓ (m)
- indice du milieu : $n \geq 1$

2 Équations des télégraphistes

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + (RC + LG)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + RGu(x,t)$$
$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} + (RC + LG)\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + RGi(x,t)$$

avec :

- R : résistance linéique (Ω.m^{-1})
- L : inductance linéique (H.m^{-1})
- C : capacité linéique (F.m^{-1})
- G : conductance linéique (S.m^{-1})
- $c = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}} = \dfrac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \dfrac{c_0}{n}$

3 Régime sinusoïdal

$$\frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial x^2} + k^2\underline{U} = 0$$
$$\frac{\partial^2 \underline{I}}{\partial x^2} + k^2\underline{I} = 0$$

avec :

- nombre d'onde complexe : $k = k' - jk''$;
- relation de dispersion :

$$k^2 = -\left(R + j\omega L\right)\left(G + j\omega C\right)$$

- constante de propagation : $\gamma = jk = \alpha + j\beta$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

- impédance caractéristique :

$$Z_c = \frac{\underline{U}(x)}{\underline{I}(x)} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

4 Étude de la réflexion à l'extrémité d'une ligne de longueur ℓ

- coefficient de réflexion en tension sur la charge Z_L :

$$\overline{r_u} = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = |\Gamma_L|\, e^{j\theta_L}$$

- Rapport d'Ondes Stationnaires (**SWR**) :

$$SWR = \rho = \frac{U_M}{U_m} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

- impédance d'entrée :

$$Z_{in} = Z_c\frac{Z_L + jZ_c tan(k\ell)}{Z_c + jZ_L tan(k\ell)}$$

- matrice des paramètres S :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

avec :

- a_x : onde de puissance incidente ;
- b_x : onde de puissance réfléchie ;
- $S_{11} = \left.\dfrac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$, Coefficient de réflexion en entrée ;
- $S_{12} = \left.\dfrac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$, Transmission inverse (isolation) ;
- $S_{21} = \left.\dfrac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$, Transmission directe (gain) ;
- $S_{22} = \left.\dfrac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$, Coefficient de réflexion en sortie.

5 Physique des lignes de transmission en Haute Fréquence

- Ligne bifilaire : $Z_c = \dfrac{Z_0}{\pi\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot ln\left(\dfrac{2D}{d}\right)$
- Ligne coaxiale : $Z_c = \dfrac{Z_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot ln\left(\dfrac{D}{d}\right)$
- Fibre optique à saut d'indice : Ouverture Numérique = $n_0 sin\theta_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$